1. Sprawdzić, które z podanych zbiorów W są podprzestrzeniami odpowiednich przestrzeni liniowych V:

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad W=\left\{(x,y,z)\in R^3 : x+2y-\frac{1}{2}z=0\right\}\quad V=R^3\\
&\text{b)}\quad W=\left\{(x,y,z)\in R^3 : x+2y-\frac{1}{2}z=1\right\}\quad V=R^3\\
&\text{c)}\quad W=\left\{(x,y,z)\in R^3 : x^2-y^2=z^2\right\}\quad V=R^3\\
&\text{d)}\quad W=\left\{(r,s,t,u)\in R^4 : s+2u=r+u=r-2s-5u\right\}\quad V=R^4\\
&\text{e)}\quad W=\{(y,x-y,2x) : x,y\in R\}\quad V=R^3.
\end{aligned}$$

2. Zbadać liniową zależność podanych wektorów w odpowiednich przestrzeniach liniowych:

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad (0,5),(3,2)\quad \text{w}\quad V=R^2\\
&\text{b)}\quad (2,0,6),(0,1,0),(1,1,1)\quad \text{w}\quad V=R^3\\
&\text{c)}\quad x^2-x,x+2,x-3\quad \text{w}\quad V=R_2[x].
\end{aligned}$$

3. Wektory $\vec{v}$, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ są liniowo niezależne. Zbadać z definicji liniową niezależność wektorów

$$\vec{v}+2\vec{x},\quad \vec{v}+\vec{y},\quad \vec{x}+3\vec{z},\quad 2\vec{y}+\vec{z}.$$

4. Sprawdzić z definicji, czy podane zbiory wektorów są bazami we wskazanych przestrzeniach liniowych:

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad B=\{(1,0,1),(1,2,2),(2,2,3)\}\quad R^3\\
&\text{b)}\quad B=\{(1,-1,4),(3,0,1),(2,1,-2)\}\quad R^3\\
&\text{c)}\quad B=\left\{x^2+1,x^2+2x+2,2x^2+2x+3\right\}\quad R_2[x]
\end{aligned}$$

5. Sprawdzić, czy wektor $(1,0,1,0)$ jest kombinacją liniową wektorów:

$$(1,0,2,-1),\quad (1,1,0,2),\quad (0,2,1,3),\quad (2,5,4,7).$$

6. Wskazać bazy i określić wymiary podanych przestrzeni liniowych:

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad W=\{(x+2y+z,3x-y+2z,5x+3y+4z) :\quad x,y,z\in R\}\\
&\text{b)}\quad V=\{(a-b+c,a+b-c,2a,b-c) :\quad a,b,c\in R\}\\
&\text{c)}\quad U=\{(r+2s+3t,2r-2s,3r+3t,s+t) :\quad r,s,t\in R\}.
\end{aligned}$$

7. Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni liniowej

$$U=\{(r+2s+3t,2r-2s,3r+3t,s+t);\quad r,s,t\in R\}$$

i następnie podać współrzędne wektora $\vec{u}=(1,8,9,-1)$ w tej bazie.