

CZEŚĆ PISEMNA EGZAMINU Z MATEMATYKI

WE S1 05.02.2009.

Zadania rozwiązujemy na wskazanych stronach. Na stronie pierwszej umieszczamy tabelę na oceny. PISZEMY STARANNIE.

Punktacja: Zadania 6 i 7 po 2 punkty, pozostałe po 1 punkcie. Należy uzyskać powyżej 6 punktów, w tym co najmniej 4 za zadania od 5 do 10.

1. Str.1. Rozwiąż równanie

$$z^2 + (4 + 5i)z + 4 + 10i = 0.$$

Podaj interpretację zbioru $|z - z_1| = 10$, gdzie z_1 jest pierwiastkiem tego równania takim, że $\text{Im } z_1 < 0$.

2. Str.2. Rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 4 \\ 7x + 2y - 5z = 4 \\ -3x + 8y - 9z = -4 \end{cases}.$$

3. Str.3. Rozwiąż równanie macierzowe $XA + B = C$, gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = A^T, \quad C = A^2 = AA.$$

4. Str.4. Oblicz cosinus kąta pomiędzy wektorami $a = p - r$, $b = 2q - r$, wiedząc, że $p \perp q$, $\angle(p, r) = \angle(q, r) = \frac{\pi}{3}$ oraz $|p| = 2$, $|q| = 2$, $|r| = 1$.

5. Str.5. Napisz równania stycznej i normalnej do krzywej $x^3y + y^3x = 3 - x^2y^2$ w punkcie $(1, 1)$.

6. Str.6-7.. Dana jest funkcja $f(x) = \arcsin \frac{x-2}{3x}$. Wyznacz dziedzinę i oblicz granice na krańcach przedziału określoności. Następnie oblicz pochodną i zbadaj przedziały monotoniczności. Naszkicuj wykres. Wyznacz wartość najmniejszą i największą oraz zbiór wartości funkcji.

7. Str.8-9. Zbadaj przebieg zmienności funkcji $y = \frac{x-a}{\sqrt{x}}$, gdzie a jest stałą rzeczywistą. Narysuj wykres.

8. Str.10. Określ dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\ln \sin 2x}{\ln x}$. Oblicz $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

9. Str.11. Oblicz $\int \sin ax \cos bxdx$, $a, b \in R$.

10. Str.12. Oblicz całki: $\int \frac{4x-2}{x^2-6x+9} dx$, $\int \frac{1}{x^2+6x+10} dx$.