

Geometria

- zad. 1** Wykazać, że punkty $A(1,2,-1)$, $B(0,1,5)$, $C(-1,2,1)$ i $D(2,1,3)$ leżą w jednej płaszczyźnie.
- zad. 2** Dany jest czworościan o wierzchołkach w punktach $A(1,2,2)$, $B(0,3,1)$, $C(1,1,1)$, $D(4,2,5)$. Obliczyć jego objętość oraz długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka B .
- zad. 3** Napisać równanie płaszczyzny równoległej do osi Ox i przechodzącej przez punkty $A(2,4,5)$ i $B(0,1,3)$.
- zad. 4** Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkty $A(0,2,1)$, $B(-1,0,1)$ i prostopadłej do płaszczyzny $\pi : x + y - z = 0$.
- zad. 5** Dla jakich wartości parametrów a i b płaszczyzny $\pi : 4x - 3y + 6bz - 8 = 0$ i $\mathcal{G} : 2ax + y - 4z + 4 = 0$ są równoległe.
- zad. 6** Obliczyć kąt między płaszczyznami płaszczyzny $\pi : x + 2z - 6 = 0$ i $\mathcal{G} : x + 2y - 4 = 0$.
- zad. 7** Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P(-1,-1,2)$ i prostopadłej do płaszczyzn $\pi : x - 2y + z - 4 = 0$ i $\mathcal{G} : x + 2y - 2z + 4 = 0$.
- zad. 8** Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P(1,-3,5)$ i odcinającej na osiach Oy i Oz odcinki dwa razy dłuższe niż na osi Ox .
- zad. 9** Znaleźć odległość punktu $P(-1,2,5)$ od płaszczyzny $\pi : x + 2y - 5z + 1 = 0$.
- zad. 10** Obliczyć odległość między płaszczyznami $\pi : 15x - 16y + 12z - 25 = 0$ i $\mathcal{G} : 30x + 32y - 24z - 75 = 0$.
- zad. 11** Znaleźć równanie płaszczyzny równoległej do płaszczyzny $\pi : 4x - 12y + 6z + 5 = 0$ i oddalonej od niej o 3.
- zad. 12** Znaleźć równania płaszczyzn dwusiecznych kątów między płaszczyznami $\pi : 2x - y + 5z + 3 = 0$ i $\mathcal{G} : x - 5y + 2z - 1 = 0$.
- zad. 13** Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez oś Oz i tworzącej kąt $\alpha = \frac{\pi}{3}$ z płaszczyzną $\pi : 2x + y + \sqrt{5}z - 1 = 0$.
- zad. 14** Przez krawędź przecięcia płaszczyzn $\pi : 6x - y + z = 0$ i $\mathcal{G} : 5x + 3z - 10 = 0$ poprowadzić płaszczyznę równoległą do osi Ox .
- zad. 15** Znaleźć punkt symetryczny do punktu $Q(5,2,-1)$ względem płaszczyzny $\pi : 2x - y + 3z + 23 = 0$.
- zad. 16** Przez punkt $P(2,-5,3)$ poprowadzić prostą prostopadłą do prostej $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{1}$ i posiadającej z nią punkt wspólny.
- zad. 17** Przedstawić prostą l daną w postaci krawędziowej w postaci parametrycznej $l : \begin{cases} 3x - 2y + 5z - 1 = 0 \\ 2x - y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$.
- zad. 18** Znaleźć kąt pomiędzy prostymi $l_1 : \begin{cases} 3x - 4y - 2z = 0 \\ 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$ i $l_2 : \begin{cases} 4x + y - 6z - 2 = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$.
- zad. 19** Z badać wzajemne położenie par prostych:
a) $l_1 : \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$ i $l_2 : \begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0 \\ x - y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

$$\text{b) } l_1 : \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 2x - 3y - 3z - 9 = 0 \end{cases} \quad \text{i} \quad l_2 : \frac{x}{9} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{1}.$$

zad. 20 Znaleźć odległość punktu $P(7,9,7)$ od prostej $l : \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$.

zad. 21 Znaleźć odległość między prostymi:

$$\text{a) } l_1 : \frac{x}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{i} \quad l_2 : \frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{3}$$

$$\text{b) } l_1 : \frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2} \quad \text{i} \quad l_2 : \frac{x+21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1}$$

zad. 22 Znaleźć równania dwusiecznych kątów między prostymi

$$l_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{i} \quad l_2 : \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$$

zad. 23 Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(1,1,1)$, prostopadłej do prostej

$$l_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4} \quad \text{i} \quad \text{przecinającej prostą } l_2 : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}.$$

zad. 24 Znaleźć punkt symetryczny do punktu $P(2,-1,3)$ względem prostej $l : \frac{x}{3} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{2}$.

zad. 25 Znaleźć rzut prostej $l : \frac{x}{0} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{3}$ na płaszczyznę.

zad. 26 Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez proste równoległe

$$l_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{i} \quad l_2 : \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}.$$

zad. 27 Znaleźć równanie płaszczyzny, na której leżą proste:

$$l_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{i} \quad l_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}.$$

zad. 28 Znaleźć rzut punktu $P(3,1,-1)$ na płaszczyznę $\pi : x + 2y + 3z - 30 = 0$.

zad. 29 Znaleźć rzut punktu $P(2,3,4)$ na prostą $l : x = y = z$.

zad. 30 Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P(-1,2,-3)$ i prostopadłej do prostej

$$l : \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$

zad. 31 Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez prostą

$$l : \begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$$

i prostopadłej do płaszczyzny $\pi : 2x + y + z + 1 = 0$.