

Granice ciągów i funkcji Ciągłość funkcji

zad. 1 Obliczyć granice ciągów i funkcji:

- | | | |
|---|--|---|
| <p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x})$</p> | <p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt[3]{x^3 + 2})$</p> | <p>b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^x}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^x}}$</p> |
| <p>c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$</p> | <p>ć) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$</p> | <p>d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$</p> |
| <p>e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$</p> | <p>e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x})$</p> | <p>f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$</p> |
| <p>g) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$</p> | <p>h) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$</p> | <p>i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \sqrt{n}$</p> |
| <p>j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{x+1} - 3^{x+2}}{3^{x+2}}$</p> | <p>k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{10^n + 9^n + 8^n}$</p> | <p>l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^n + \left(\frac{4}{3}\right)^n}$</p> |
| <p>ł) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2}$</p> | <p>m) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 6}{n^2}\right)^{n^2}$</p> | <p>n) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2}{2n^2 + 1}\right)^{n^2}$</p> |
| <p>ń) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3 \cos^2 \frac{x}{2}}$</p> | <p>o) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^{10} - 2n^2 + 2}$</p> | <p>ó) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+1) - \ln n)$</p> |
| <p>p) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n}{n^2 + n}\right)^{n+3}$</p> | <p>q) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{n^2 + 1}$</p> | <p>r) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n\pi}{2^n}$</p> |
| <p>s) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2}$</p> | <p>ś) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-3)(-1)^{E(x)}}{x^2 - 9}$</p> | <p>t) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos \frac{\pi}{4}}{\sin x - \sin \frac{\pi}{4}}$</p> |
| <p>u) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ \operatorname{tg}(x-1) }{(x-1)^2}$</p> | <p>v) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2 - 1}$</p> | <p>w) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}}$</p> |
| <p>x) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$</p> | <p>y) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\sin x} - \sqrt{\cos x}}{\sin x - \cos x}$</p> | <p>z) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 3x} - e^{\sin 5x}}{x}$</p> |
| <p>ż) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$</p> | <p>ż) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$</p> | <p>♣) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$</p> |
| <p>♦) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$</p> | <p>♥) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{4 \sin^2 \frac{x}{2}}$</p> | |

zad. 2 Zbadać ciągłość funkcji

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & \text{dla } |x| \leq 1 \\ |x-1| & \text{dla } |x| > 1 \end{cases}$$

zad. 3 Dobrać parametry a, b, c tak, aby funkcja była ciągła na R .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+x}-1 & \text{dla } x \neq 0 \\ a & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & \text{dla } x < 0 \\ \frac{x^3-1}{x^2+x-2} & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ \frac{x^2+(b-1)x-b}{x-1} & \text{dla } x > 1 \end{cases}$$

zad. 4 Znaleźć asymptoty funkcji:

$$\text{a) } y = \frac{x^3-1}{x-1}$$

$$\text{b) } y = \sqrt{x^2-1}$$

$$\text{c) } y = x \ln \left(\frac{1}{x} + e \right)$$

$$\text{d) } y = x \arctg x$$

$$\text{e) } y = \frac{\sin x}{x^2}$$