

Przewodnik do ćwiczeń
Lista numer 0
Pochodne cząstkowe funkcji

Zadanie 1

Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu następujących funkcji:

$$z = x^3 + 3x^2y - y^3; z = (z - 2xy + y^2)^2$$

$$z = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2};$$

$$z = x^y$$

$$z = \ln \left(\operatorname{tg} \frac{z}{y} \right)$$

$$z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x};$$

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

$$z = \operatorname{arcsin} \frac{y}{x};$$

$$z = xye^{xy};$$

$$z = \ln (x + \sqrt{x^2 + y^2})$$

Zadanie 2

Oblicz pochodne cząstkowe drugiego rzędu następujących funkcji:

$$z = x^3 + x^2y + xy^2 + x^3; \quad z = e^{xy}$$

$$z = \frac{x}{y}; \quad z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \quad z = \operatorname{arcsin}(xy)$$

$$z = e^x(\cos y + \sin y); \quad z = xe^y + ye^x$$

$$z = \ln \left(\frac{x^2 + y^2}{xy} \right); \quad z = \ln (e^x + e^y)$$

Zadanie 3

Oblicz pochodną $\frac{dz}{dt}$ następujących funkcji złożonych:

a) $z = x^2 + y^2 + xy$ gdzie $x = \sin t$, $y = e^t$

b) $z = x^2y + y^2x$ gdzie $x = \operatorname{tg} t$, $y = \operatorname{ctg} t$

c) $z = \operatorname{arcsin}(x - y)$ gdzie $x = 3t$, $y = 4t^2$

d) $z = \sqrt{x^3 + y^3}$ gdzie $x = \sin t$, $y = \cos t$

Zadanie 4

Oblicz pochodną $\frac{dz}{dt}$ następujących funkcji złożonych:

a) $z = \operatorname{arctg}(xy)$ gdzie $y = e^x$

b) $z = \ln(e^x + e^y)$ gdzie $y = x^3$

c) $z = \arcsin \frac{x}{y}$ gdzie $y = \sqrt{1 + x^2}$

Zadanie 5

Oblicz pochodne cząstkowe $\frac{\partial z}{\partial u}$ i $\frac{\partial z}{\partial v}$ następujących funkcji złożonych:

a) $z = x^2y - xy^2$ gdzie $x = u \cos v$, $y = u \sin v$

b) $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ gdzie $x = u + v$, $y = u - v$

c) $z = x e^{\frac{x}{y}}$ gdzie $x = u^2 + v^2$, $y = u \cdot v$

d) $z = \frac{x^2}{y}$ gdzie $x = u + 2v$, $y = 2u + v$

e) $z = x^2 \ln y$ gdzie $x = \frac{u}{v}$, $y = 3u - 2v$