

Pytania i zagadnienia do egzaminu z matematyki MSD 2009/2010, semestr II

1. Równanie Riccatiego: sprowadzanie do r. r. rzędu drugiego; znajdowanie rozwiązania ogólnego gdy znane jest jedno lub dwa rozwiązania szczególne - wyprowadzenie i przykłady.
2. Równania różniczkowe liniowe rzędu drugiego. Liniowa niezależność układu funkcji. Wyznacznik Wrońskiego. Warunek wystarczający liniowej niezależności. Postać rozwiązania ogólnego.
3. Rozwiązywanie r. r. liniowych, jednorodnych, rzędu drugiego, o stałych współczynnikach. Trzy przypadki.
4. R. r. liniowe niejednorodne. Znane metody.
5. Metoda Lagrange'a - rozwiązywanie przykładów.
6. Zagadnienie Cauchy'ego (zagadnienie początkowe), zagadnienie brzegowe, zagadnienie asymptotyczne - rozwiązywanie przykładów.
7. Równanie Eulera - rozwiązywanie przykładów.
8. Układy r. r. liniowych o stałych współczynnikach - rozwiązywanie metodą eliminacji.
9. Szeregi liczbowe o wyrazach dodatnich. Suma szeregu. Szereg zbieżny i rozbieżny. Warunek konieczny zbieżności. Kryteria zbieżności.
10. Badanie zbieżności. Szereg geometryczny. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$.
11. Szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa i jednostajna. Kryterium Weierstrassa.
12. Szeregi potęgowe. Twierdzenie Abela.
13. Różniczkowanie i całkowanie szeregów potęgowych.
14. Rozwinięcie w szereg potęgowy funkcji $y = \operatorname{tg} x$ w otoczeniu punktu $x = 0$.
15. Obliczanie logarytmów.
16. Zastosowanie szeregów potęgowych do rozwiązywania r. r.
17. R. r. Legendre'a. Jak je rozwiązujemy? Co to są wielomiany Legendre'a i skąd się biorą? Jakie mają własności?
18. Ciąg i szereg ortogonalny. Współczynniki Fouriera. Wielomian ortogonalny. Odległość kwadratowa. Twierdzenie o przybliżaniu funkcji przez wielomiany ortogonalne.

19. Szereg trygonometryczny Fouriera $STF(f)$ funkcji f . Kiedy, dla $x \in (-l, l)$, $STF(f)(x) = f(x)$?
20. Mając dany wykres funkcji, narysować wykres jej szeregu trygonometrycznego Fouriera.