

# Pytania i zagadnienia do egzaminu z matematyki. E oraz EiT, II semestr 2011/2012.

Część pisemna egzaminu obejmuje zadania z całego materiału z wyjątkiem bezpośredniego obliczania całek oznaczonych i nieoznaczonych. Pozytywna ocena z egzaminu częściowego z tego zakresu zostanie uwzględniona w ocenie końcowej.

Aby przystąpić do części ustnej należy uzyskać zaliczenie ćwiczeń oraz pozytywną ocenę z części pisemnej. W części ustnej odpowiadamy z teorii - sprawdzane jest rozumienie pojęć i znajomość twierdzeń. Należy przynieść: .

## **indeks, karty zaliczeń, papier do pisania, pióro lub długopis.**

Po otrzymaniu pytań mamy czas na przygotowanie się do odpowiedzi. Proszę zwrócić uwagę na poprawność logiczną i gramatyczną przygotowywanych odpowiedzi.

Wymagana jest znajomość rachunku różniczkowego w zakresie semestru pierwszego, w szczególności funkcji i umiejętność różniczkowania.

1. Definicje, własności i wykresy funkcji elementarnych. Własności logarytmu. (Semestr I).
2. Różniczka funkcji.
3. Definicja całki nieoznaczonej. Jej własności.
4. Całkowanie przez części. Zamiana zmiennych w całce nieoznaczonej.
5. Ułamki proste Rozkład funkcji wymiernych na sumę ułamków prostych i wielomianu. Całkowanie.
6.  $\int \frac{W_n(x)}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$  i metoda współczynników nieoznaczonych. Omówić.
7. Całkowanie funkcji trygonometrycznych, podstawienie uniwersalne.
8. Obliczanie całek typu  $\int \sin ax \sin bxdx$ ,  $\int \sin ax \cos bxdx$ ,  $\int \cos ax \cos bxdx$ . Z jakich wzorów korzystamy? Omówić.
9. Definicja całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna. Własności.
10. Obliczanie całek oznaczonych: twierdzenie Newtona, całkowanie przez części, zamiana zmiennych w całce oznaczonej.
11. Współrzędne biegunowe i ich związek z współrzędnymi kartezjańskimi.
12. Zastosowania geometryczne całki oznaczonej: pole obszaru płaskiego, długość łuku krzywej płaskiej.
13. Dwa rodzaje całek niewłaściwych: całka z funkcji w przedziale nieograniczonym i całka z funkcji nieograniczonej w przedziale. Przykłady.

14. Definicje pochodnych cząstkowych.
15. Pochodna cząstkowa funkcji złożonej.
16. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Lemat Schwarzera.
17. Różniczka zupełna. Zamiana zmiennych w różniczkach zupełnych.
18. Definicja ekstremum lokalnego funkcji 2 zmiennych.
19. Warunek konieczny i warunek dostateczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji różniczkowalnej 2 zmiennych.
20. Elipsa, jak powstaje. Jej równanie.
21. Funkcja uwikłana: warunek istnienia i obliczanie jej pochodnej.
22. Równanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym.
23. Definicja całki podwójnej.
24. Definicja szeregu liczbowego. Suma szeregu liczbowego. Zbieżność i rozbieżność.
25. Szereg geometryczny. Kiedy jest zbieżny?. Wzór na sumę.
26. Szereg harmoniczny - wykaż rozbieżność. Szereg Dirichleta.
27. Warunek konieczny zbieżności szeregu.
28. Kryteria zbieżności: porównawcze, d'Alamberta, pierwiastkowe, całkowite, porównawcze Cauchy'ego, porównawcze ilorazowe..
29. Reszta szeregu.
30. Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  i jego zbieżność w zależności od parametru  $s$ .
31. Szereg przemienny, kryterium Leibniza. Szacowanie reszty szeregu przemiennego.
32. Działania na szeregach.
33. Szeregi funkcyjne. Zbieżność jednostajna. Czym się różni od zbieżności zwykłej (punktowej)?
34. Własności szeregów zbieżnych jednostajnie: ciągłość sumy szeregu, całkowanie, różniczkowanie.
35. Szeregi potęgowe i badanie ich zbieżności.
36. Wzory Taylora i Maclaurina.

37. Rozwinięcia w szeregi potęgowe funkcji  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  i przedziały ich zbieżności. Otrzymywanie rozwinięć prostych funkcji złożonych, np.  $\ln(1+ax)$ ,  $e^{\frac{x}{b}}$ ,  $\ln(1+x^2)$  itp.
38. Przestrzeń  $L^2_{(a,b)}$ . Iloczyn skalarny w tej przestrzeni.
39. Układy: ortogonalny i ortonormalny funkcji. Układ zupełny funkcji ortogonalnych.
40. Współczynniki Fouriera. Skąd się biorą i jaką mają własność?
41. Szereg Fouriera funkcji  $f$  ( $SF(f)$ )
42. Szereg trygonometryczny Fouriera funkcji  $f$  ( $STF(f)$ ).
43. Jakie warunki muszą być spełnione aby dla  $x \in D_f$  zachodziła tożsamość  $STF(f)(x) = f(x)$ ?
44. Równania różniczkowe zwyczajne - wg ostatnich trzech godzin wykładu.