

# Równania i nierówności algebraiczne

## 1 Zadania

- $x - 2\sqrt{x-3} - 6 = 0$ .
- $x\sqrt{1-x} + 6 \geq 0$ .
- Rozwiąż równanie  $x - \sqrt{a^2 + x^2} = 2 - a^2$ , w którym  $a$  jest daną liczbą.
- Rozwiąż równania
  - $\sqrt{x+3} = 3$ ,
  - $\sqrt{x+3} + \sqrt{x} = 3$ ,
  - $\sqrt{x-1} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{x}$ ,
  - $x + \sqrt{10x+6} = 9$ ,
  - $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2$ ,
  - $3 - \sqrt{x-1} = \sqrt{3x-2}$ ,
  - $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$ ,
  - $x = 15 + \sqrt{9+8x-x^2}$ .
- Rozwiąż równania
  - $\sqrt[3]{x+2} = \sqrt{x+2}$ ,
  - $2\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x} = 3$ ,
  - $2\sqrt[5]{x^4} - \sqrt[5]{x^2} = 6$ .
- Dla jakiej wartości parametru  $m$  równanie  $\frac{x^2-1}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = x+m$  posiada rozwiązanie?
- Rozwiąż nierówności
  - $\sqrt{2x-1} > 2$ ,
  - $\sqrt{2x+3} > x+2$ ,
  - $\sqrt{\frac{3x-4}{3-x}} > 1$ ,
  - $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-7} \leq 7$ ,
  - $\sqrt{x-2} + x > 4$ ,
  - $(x-1)\sqrt{x+4} < 2(1-2x)$ .
- Wyznacz dziedziny funkcji
  - $f(x) = \sqrt{2x^2 - x + 1}$ ,
  - $f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{2-\frac{3x+1}{x-2}}}$ ,
  - $f(x) = \frac{x^2-8}{\sqrt{2-\frac{3}{x}}}$ ,
  - $f(x) = \frac{\sqrt{4x+x^2}}{x}$ .

## 2 Odpowiedzi

- $x = 12$ .
- $-3 \leq x \leq 1$ .
- $x = -\sqrt{4-a^2}$  lub  $x = \sqrt{4-a^2}$  dla  $-2 \leq a \leq 2$ .

4. a)  $x = 6$ , b)  $x = 1$ , c)  $x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{6}$ , d)  $x = 3$ , e)  $x = 1$  lub  $x = 5$ , f)  $x = 2$ ,  
g)  $x = 4$ , h) brak rozwiązań.
5. a)  $x = -1$  lub  $x = -2$ , b)  $x = -\frac{1}{8}$  lub  $x = 27$ , c)  $x = 9\sqrt{3}$  lub  $x = -9\sqrt{3}$ .
6.  $-1 < m < 0$  lub  $m > 1$ ,  $x = -\frac{m^2+1}{m}$ .
7. a)  $x > \frac{5}{2}$ , b) brak rozwiązań, c)  $x \in (\frac{7}{4}, 3)$ , d)  $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{150}{103}$ , e)  $x > 3$ , f)  
 $-4 \leq x \leq 7 - 2\sqrt{10}$ .
8. a)  $x \in R$ , b)  $x \in (-5, 2)$ , c)  $x < 0$  lub  $x > \frac{3}{2}$ , d)  $x \in (-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$ .