

Struktury algebraiczne

zad. 1 Zbadać, czy (R, \otimes) , gdzie $a \otimes b = a \cdot b \cdot 4$ jest grupą.

zad. 2 Zbadać, czy (Q, \oplus) , gdzie $a \oplus b = (a + b) \cdot 2$ jest grupą.

zad. 3 Pokazać, że zbiór $A = \{x : x = a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$ ze zwykłym dodawaniem i mnożeniem jest ciałem.

zad. 4 Zbadać, czy zbiór $B = \{x : x = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$ ze zwykłym dodawaniem i mnożeniem jest ciałem.

zad. 5 W zbiorze par liczb określamy działania \oplus i \otimes w następujący sposób:

$$(a, b) \oplus (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \otimes (c, d) = (ac + 2bd, ad + bc)$$

a) wykazać, że (Q^2, \oplus, \otimes) jest ciałem

b) czy (R^2, \oplus, \otimes) jest również ciałem?