

1. Obliczyć następujące całki nieoznaczone:

- 1) $\int (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)dx$ (odp. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + x + C$)
- 2) $\int \frac{(2+x)^2}{x}dx$ (odp. $4 \ln|x| + 4x + \frac{x^2}{2} + C$)
- 3) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}dx$ (odp. $\sin x - \cos x + C$)
- 4) $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$ (odp. $-\operatorname{ctg} x - x + C$)
- 5) $\int \frac{x^3 + \sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt{x}}dx$ (odp. $\frac{2}{7}\sqrt{x^7} + \frac{6}{7}\sqrt[6]{x^7} + 2\sqrt{x} + C$)
- 6) $\int \left(\frac{x + x^2 e^x + 1}{x^2}\right) dx$ (odp. $\ln|x| + e^x - \frac{1}{x} + C$)

2. Metodą podstawienia obliczyć następujące całki:

- 1) $\int (x+1)^{15} dx$ (odp. $\frac{(x+1)^{16}}{16} + C$)
- 2) $\int \sin(3+2x) dx$ (odp. $-\frac{1}{2} \cos(3+2x) + C$)
- 3) $\int \operatorname{tg} x dx$ (odp. $-\ln|\cos x| + C$)
- 4) $\int \cos \frac{x}{\sqrt{2}} dx$ (odp. $\sqrt{2} \sin \frac{x}{\sqrt{2}} + C$)
- 5) $\int \frac{dx}{2x-1}$ (odp. $\frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$)
- 6) $\int \frac{x}{x^2-1} dx$ (odp. $\frac{1}{2} \ln|x^2-1| + C$)
- 7) $\int \frac{x}{\sqrt{3+x^2}} dx$ (odp. $\sqrt{3+x^2} + C$)
- 8) $\int \frac{dx}{(2x-3)^5}$ (odp. $-\frac{1}{8(2x-3)^4} + C$)
- 9) $\int \frac{(\operatorname{arctg} x)^7}{1+x^2} dx$ (odp. $\frac{1}{8} \operatorname{arctg}^8 x + C$)
- 10) $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ (odp. $\frac{1}{2} \operatorname{arc} \sin(2x) + C$)

3. Metodą całkowania przez części obliczyć całki:

- 1) $\int x e^{-x} dx$ (odp. $-e^{-x}(x+1) + C$)
- 2) $\int e^x \cdot \cos x dx$ (odp. $\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x + \cos x) + C$)
- 3) $\int x^2 \sin x dx$ (odp. $(2-x^2)\cos x + 2x \sin x + C$)
- 4) $\int x \ln x dx$ (odp. $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$)
- 5) $\int \operatorname{arctg} x dx$ (odp. $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + C$)

4. Obliczyć podane całki z funkcji wymiernych:

- 1) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$ (odp. $\operatorname{arctg}(x-1) + C$)
- 2) $\int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 2}$ (odp. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg}(3x+1) + C$)
- 3) $\int \frac{x^3}{x-1} dx$ (odp. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-1| + C$)
- 4) $\int \frac{dx}{x^2 - x}$ (odp. $\ln|x-1| - \ln|x| + C$)
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$ (odp. $\frac{1}{3} \ln|x-5| - \frac{1}{3} \ln|x-2| + C$)
- 6) $\int \frac{dx}{x^2 - 3x - 10}$ (odp. $\frac{1}{7} \ln|x-5| - \frac{1}{7} \ln|x+2| + C$)

5. Obliczyć podane całki z funkcji trygonometrycznych:

- 1) $\int \sin^3 x \cos x dx$ (odp. $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$)
- 2) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$ (odp. $\frac{1}{\cos x} + C$)
- 3) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$ (odp. $3\sqrt[3]{\sin x} + C$)
- 4) $\int \cos^3 x dx$ (odp. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$)
- 5) $\int \sin^5 x dx$ (odp. $-\cos x + \frac{2}{3} \cos^3 x - \frac{1}{5} \cos^5 x + C$)