

CAŁKI OZNACZONE I NIEWŁAŚCIWE.

1. Obliczyć następujące całki oznaczone (w [.] wynik):

a) $\int_1^e \ln x \, dx$ [1] b) $\int_2^6 \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}$ $\left[\frac{\pi}{8} \right]$

c) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$ $\left[\frac{\pi}{12} \right]$ d) $\int_1^{\sqrt{3}} x \arctg x \, dx$ $\left[\frac{5}{12}\pi - \frac{\sqrt{3}-1}{2} \right]$ e) $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ $[e - \sqrt{e}]$ f) $\int_0^5 \frac{2x+3}{\sqrt{x+4}} dx$ $\left[\frac{46}{3} \right]$

g) $\int_{-1}^0 \frac{\sqrt{x+1}}{2+x} dx$ $\left[2 - \frac{\pi}{4} \right]$ h) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cdot \cos^3 x \, dx$ $\left[\frac{2}{35} \right]$ i) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$ $\left[\frac{1}{2} \right]$ j) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x \, dx$ $\left[\frac{1}{2} - \ln \sqrt{2} \right]$.

2. Znaleźć pole figury ograniczonej krzywymi:

a) $y = 2x - x^2$ i $y = x - 2$ b) $y = \frac{3}{4}x^2 + 9$, $y = x^2$

c) $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$ d) $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 3$ e) $x \cdot y = 3$, $x + y = 4$ f) $y = 2 - x$, $y = \sqrt{x}$, $x = 0$

3. Obliczyć (jeśli są zbieżne) całki niewłaściwe :

a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ b) $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$ c) $\int_{-2}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$

d) $\int_1^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^4} dx$ e) $\int_0^2 \frac{x\sqrt{x}}{x^4} dx$ f) $\int_0^4 \frac{x\sqrt{x} + 2x}{x^3} dx$ g) $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ h) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$.