25.23. Znaleźć granice:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x-\operatorname{tg} x}$; b) $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^t-\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{2}t^2-t-1}{\cos t+\frac{1}{2}t^2-1}$; c) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln\dfrac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} a}}{\operatorname{tg}(x-a)}$;

d) $\lim\limits_{u\to 0^+}\dfrac{e^{a\sqrt{u}}-1}{\sqrt{\sin bu}}$ $(b>0)$; e) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\arcsin\dfrac{1}{x}}{\operatorname{arc\,tg} x-\frac{1}{2}\pi}$; f) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{e^{1/x}-1}{\operatorname{arc\,ctg} x-\pi}$;

g) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{e^{-x}}{\operatorname{arc\,tg} x-\frac{1}{2}\pi}$; h) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\ln\dfrac{x+1}{x-3}}{2^x}$.

25.24. Znaleźć granice

[redacted] b) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\ln(1-x)}{\ln[\sin(1-x)]}$; c) $\lim\limits_{t\to a^+}\dfrac{\ln(t-a)}{\ln(e^t-e^a)}$;

d) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-2x^4+x-1}{x^4+1}$; e) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2}{\ln x}$; f) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^2}{e^{x^2}}$; g) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^n}{e^x}$.

25.25. Znaleźć granice:

[redacted] b) $\lim\limits_{x\to 0^+}(x\ln x)$; c) $\lim\limits_{z\to 1^-}[\ln z\ln(1-z)]$;

d) $\lim\limits_{t\to 0^+}(te^{1/t})$; e) $\lim\limits_{x\to -1^+}[(x+1)^2\ln(x+1)]$; f) $\lim\limits_{x\to -\infty}[x(\operatorname{arc\,ctg} x-\pi)]$;

g) $\lim\limits_{t\to +\infty}[(\pi-2\operatorname{arc\,tg} t)\ln t]$; h) $\lim\limits_{v\to +\infty}[v(e^{1/v}-1)]$; i) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$;

i) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$; k) $\lim\limits_{x\to -\infty}[(x-1)e^{1/(x-1)}-x]$; l) $\lim\limits_{x\to +\infty}[(x+2)e^{1/x}-x]$.

Odpowiedzi (do zadań 25.23., 25.24., 25.25)

25.23. a) $-\frac{1}{2}$; b) 1; c) $\dfrac{2}{\sin 2a}$; d) $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$; e) -1; f) 1; g) 0; h) $-\infty$.

25.24. a) 1; b) 1; c) 1; d) -2; e) $+\infty$; f) 0; g) 0.

25.25. a) 1; b) 0; c) 0; d) $+\infty$; e) 0; f) 1; g) 0; h) 1; i) $\frac{1}{2}$; j) $\frac{1}{2}$; k) 0; l) 3.

27.2. Zbadać funkcje określone wzorami:

a) $f(x)=x^3-3x^2+6x-5$; b) $g(t)=\frac{1}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2-2t+3$;

c) $h(u)=u^3-3u-2$; d) $f(t)=\frac{1}{4}t^4-\frac{3}{2}t^2$;

e) $k(z)=(z+2)^2(z-1)^3$; f) $p(t)=t+1/t$;

g) $y(x)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{x}$; h) $d(u)=\dfrac{u^2+1}{u^2-4}$; i) $k(t)=\dfrac{1}{t}+\dfrac{2t}{t^2-1}$;

j) $w(z)=\dfrac{z^3}{z^2-2}$; k) $f(v)=\dfrac{(v-1)^3}{(v+1)^2}$;

l) $W(t)=\dfrac{t^3+1}{t^3-1}$; ł) $h(x)=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{10}{3x^2}+\dfrac{1}{1-x}$;

m) $t(x)=\dfrac{x^4}{(1+x)^3}$; n) $p(u)=(u-3)\sqrt{u}$; o) $m(t)=(t+1)^3\sqrt[3]{t^2}$;

p) $u(z)=\sqrt{\dfrac{z^3}{z-a}}$ $(a>0)$; r) $z(x)=(x+1)^{2/3}-(x-1)^{2/3}$;

s) $x(z)=\dfrac{10\sqrt[3]{(z-1)^2}}{z^2+9}$; t) $a(x)=e^{-x^2}$; u) $b(u)=ue^{u^3}$;

w) $z(h)=h^2e^{-h^2}$; x) $t(x)=\dfrac{x^3}{e^x}$; y) $f(a)=\dfrac{e^a}{1+a}$;

z) $d(t)=e^{2t-t^2}$; a_1) $x(t)=\sqrt[3]{t^2}\,e^{-t}$;

b_1) $k(p)=pe^{1/p}$; c_1) $r(x)=(x^2+2)e^{-x^2}$; d_1) $l(z)=e^{1/(z^2-4z+3)}$;

e_1) $c(a)=a^2\ln a$; f_1) $n(x)=\ln(x^2-1)$; g_1) $s(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$;

h_1) $t(b)=\dfrac{b}{\ln b}$; i_1) $f(p)=\ln\left(e+\dfrac{1}{p}\right)$; j_1) $w(y)=\ln\sinh y$;

k_1) $u(c)=\sin c\sin 2c$; l_1) $p(r)=\dfrac{\sin r}{\sin(r+\frac{1}{4}\pi)}$; $ł_1$) $p(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos 2x$;

m_1) $z(a)=2a-\operatorname{tg} a$; n_1) $g(x)=x\operatorname{arc\,tg} x$; o_1) $p(x)=\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$;

p_1) $A(t)=\arccos\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$; r_1) $z(t)=a\arcsin\dfrac{t}{a}-\sqrt{a^2-t^2}$ $(a>0)$;

oraz narysować ich wykresy.

Odpowiedzi ([1])

27.2. a) $X=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, $f(0)=-5$, $f'(x)>0$ dla $x\in X$ p. przeg. ([2]) $P(1,-1)$;

b) $T=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{t\to-\infty} g(t)=-\infty$, $\lim\limits_{t\to+\infty} g(t)=+\infty$, $g(0)=3$, $y_{\max}=g(-1)=\frac{25}{6}$, $y_{\min}=g(2)=$ $=-\frac{1}{3}$, p. przeg. $P(\frac{1}{2}, \frac{23}{12})$;

c) $U=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{u\to-\infty} h(u)=-\infty$, $\lim\limits_{u\to+\infty} h(u)=+\infty$, $h(0)=-2$, $h(2)=0$, $y_{\max}=h(-1)=0$ $y_{\min}=h(1)=-4$, p. przeg. $P(0,-2)$;

d) $T=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{t\to-\infty} f(t)=+\infty$, $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=+\infty$, $f(\mp\sqrt{6})=0$, $y_{\max}=f(0)=0$, $y_{\min}=$ $=f(\mp\sqrt{3})=-\frac{9}{4}$, p. przeg. $P_1(-1,-\frac{5}{4})$, $P_2(1,-\frac{5}{4})$, wykres jest symetryczny względem osi Oy;

e) $Z=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{z\to-\infty} k(z)=-\infty$, $\lim\limits_{z\to+\infty} k(z)=+\infty$, $k(0)=-4$, $y_{\max}=k(-2)=0$, $y_{\min}=$ $=k(-0{,}8)\approx-8{,}4$, p. przeg. $P_1(-1{,}53, \approx-3{,}58)$, $P_2(-0{,}07, \approx-4{,}56)$, $P_3(1, 0)$;

f) $T=\mathbf{R}-\{0\}$, $\lim\limits_{t\to-\infty} p(t)=-\infty$, $\lim\limits_{t\to+\infty} p(t)=+\infty$, as. pion. obus. ([3]) $t=0$, as. uk $y=t$, $y_{\max}=p(-1)=-2$, $y_{\min}=p(1)=2$, wykres symetryczny względem początku układu.

g) $X=\mathbf{R}-\{0\}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x)=+\infty$, as. pion. obus. $x=0$, $y_{\min}=y(1)=\frac{3}{2}$, p. przeg. $P(-\sqrt[3]{2}, 0)$;

h) $U=\mathbf{R}-\{-2, 2\}$, as. pion. obus.: $u=\mp2$, as. poz. $y=1$, $y_{\max}=d(0)=-\frac{1}{4}$;

i) $T=\mathbf{R}-\{-1, 0, 1\}$, as. pion. obus.: $t=0$, $t=\mp1$, as. poz. $y=0$, $k(\mp\frac{1}{3}\sqrt{3})=0$, $k'(t)<0$ dla $t\in T$, p. przeg.: $P_1(t_1, k(t_1))$, gdzie $-\frac{1}{3}\sqrt{3}<t_1<-\frac{1}{2}$, $P_2(t_2, k(t_2))$, gdzie $\frac{1}{2}<t_2<\frac{1}{3}\sqrt{3}$;

j) $Z=\mathbf{R}-\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$, as. pion. obus.: $z=\mp\sqrt{2}$, $\lim\limits_{z\to-\infty} w(z)=-\infty$, $\lim\limits_{z\to+\infty} w(z)=+\infty$, as. uk. $y=z$, $y_{\max}=w(-\sqrt{6})=-\frac{3}{2}\sqrt{6}$, $y_{\min}=w(\sqrt{6})=\frac{3}{2}\sqrt{6}$, p. przeg. $O(0,0)$, wykres symetryczny względem początku układu;

k) $V=\mathbf{R}-\{-1\}$, as. pion. obus. $v=-1$, $\lim\limits_{v\to-\infty} f(v)=-\infty$, $\lim\limits_{v\to+\infty} f(v)=+\infty$, as. uk. $y=v-5$, $f(0)=-1$, $y_{\max}=f(-5)=-\frac{27}{2}$, p. przeg. $P(1,0)$;

l) $T=\mathbf{R}-\{1\}$, as. pion. obus. $t=1$, as. poz. $y=1$, $W(-1)=0$, p. przeg.: $P_1(-2^{-1/3}, -\frac{1}{3})$, $P_2(0,-1)$;

ł) $X=\mathbf{R}-\{-1, 0, 1\}$, as. pion. obus.: $x=0$ i $x=\mp1$, as. poz. $y=0$, $h(\mp\frac{1}{4}\sqrt{10})=0$, p. przeg. $P_1(-\frac{1}{2}\sqrt{2}, -\frac{8}{3})$, $P_2(\frac{1}{2}\sqrt{2}, -\frac{8}{3})$, wykres symetryczny względem osi Oy;

m) $X=\mathbf{R}-\{-1\}$, as. pion. obus. $x=-1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} t(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} t(x)=+\infty$, as. uk. $y=x-3$, $y_{\min}=t(0)=0$, $y_{\max}=t(-4)=-\frac{256}{27}$;

n) $U=\mathbf{R}_+\cup\{0\}$, $\lim\limits_{u\to+\infty} p(u)=+\infty$, $p(0)=0$, $y_{\min}=p(1)=-2$, $\lim\limits_{u\to0^+} p'(u)=-\infty$, $p''(u)>$ >0 dla $0<u<+\infty$;

([1]) W odpowiedzi uwzględniamy tylko pewne dane o funkcji.

([2]) Przyjmujemy skróty: p. przeg. — punkt przegięcia lub punkty przegięcia.

([3]) Przyjmujemy skróty: as. — asymptota, poz. — pozioma, pion. — pionowa, uk. — ukośna, praw. — prawostronna, lew. — lewostronna, obus. — obustronna.

o) $T=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{t\to-\infty} m(t)=-\infty$, $\lim\limits_{t\to+\infty} m(t)=+\infty$, p. przeg. $P(-1,0)$, $y_{\min}=m(0)=0$ (ostrze), $y_{\max}=m(-\frac{2}{11})=2^{2/3}\cdot 3^{6}\cdot 11^{-11/3}$,

$$\text{p. przeg. } P_1\left(\frac{-4-3\sqrt{3}}{22},\ m\left(\frac{-4-3\sqrt{3}}{22}\right)\right),\ P_2\left(\frac{-4+3\sqrt{3}}{22},\ m\left(\frac{-4+3\sqrt{3}}{22}\right)\right);$$

p) $Z=(-\infty,0\rangle\cup(a,+\infty)$, as. pion. praw. $z=a$, $u(0)=0$, $\lim\limits_{z\to-\infty}u(z)=+\infty$, $\lim\limits_{z\to+\infty}u(z)=+\infty$, as. uk. dla $z\to-\infty$: $y=-z-\frac{1}{2}a$, as. uk. dla $z\to+\infty$: $y=z+\frac{1}{2}a$, $\lim\limits_{z\to0^-}u'(z)=0$, $y_{\min}=u(\frac{3}{2}a)=\frac{3}{2}\sqrt{3}a$;

r) $X=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, p. przeg. $O(0,0)$, $y_{\min}=z(-1)=-\sqrt[3]{4}$ (ostrze), $y_{\max}=z(1)=\sqrt[3]{4}$ (ostrze), wykres jest symetryczny względem początku układu;

s) $Z=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, $x(0)=\frac{10}{9}$, $y_{\max}=x(-\frac{3}{2})=\frac{4}{9}\sqrt[3]{50}$, $y_{\min}=x(1)=0$ (ostrze), $y_{\max}=x(3)=\frac{5}{9}\sqrt[3]{4}$, p. przeg. $P_1(z_1,x(z_1))$, gdzie $z_1\in(-4,-3)$, $P_2(z_2,x(z_2))$, gdzie $z_2\in(3,4)$;

t) $X=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, $y_{\max}=a(0)=1$, p. przeg. $P_1\left(\frac{-1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$, $P_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$;

u) $U=\mathbf{R}$, as. poz. dla $u\to-\infty$: $y=0$, $\lim\limits_{u\to+\infty}b(u)=+\infty$, $b(0)=0$, $y_{\min}=b\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{3}}\right)\approx$ $\approx-0{,}45$, p. przeg. $P(-\sqrt[3]{\frac{4}{3}},\approx-0{,}3)$;

w) $H=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, $y_{\min}=z(0)=0$, $y_{\max}=z(\mp1)=1/e$, $h_{1/2}=\mp\frac{1}{2}(\sqrt{5+\sqrt{17}})$, $h_{3/4}=\mp\frac{1}{2}(\sqrt{5-\sqrt{17}})$ odcięte punktów przegięcia wykresu;

x) $X=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}t(x)=-\infty$, as. poz. dla $x\to+\infty$; $y=0$, $y_{\max}=t(3)=27/e^{3}$, p. przeg. $O(0,0)$, $P_1(3-\sqrt{3},t(3-\sqrt{3}))$, $P_2(3+\sqrt{3},t(3+\sqrt{3}))$;

y) $A=\mathbf{R}-\{-1\}$, as. pion. obus. $a=-1$, as. poz. dla $a\to-\infty$: $y=0$, $\lim\limits_{a\to+\infty}f(a)=$ $=+\infty$, $y_{\min}=f(0)=1$;

z) $T=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, $d(0)=1$, $y_{\max}=d(1)=e$, p. przeg.:

$$P_1(1-\tfrac{1}{2}\sqrt{2},\approx1{,}65),\quad P_2(1+\tfrac{1}{2}\sqrt{2},\approx1{,}65);$$

a_1) $T=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{t\to-\infty}x(t)=+\infty$, as. poz. dla $t\to+\infty$: $y=0$, $y_{\min}=x(0)=0$ (ostrze), $y_{\max}=x(\frac{2}{3})\approx0{,}39$, p. przeg.:

$$P_1(\tfrac{1}{3}(2-\sqrt{6}),\approx0{,}34),\quad P_2(\tfrac{1}{3}(2+\sqrt{6}),\approx0{,}3);$$

b_1) $P=\mathbf{R}-\{0\}$, as. pion. praw. $p=0$, $\lim\limits_{p\to-\infty}k(p)=-\infty$, $\lim\limits_{p\to+\infty}k(p)=+\infty$, $\lim\limits_{p\to0^-}k(p)=$ $=0$, $\lim\limits_{p\to0^-}k'(p)=0$, $y_{\min}=k(1)=e$, as. uk. $y=p+1$;

c_1) $X=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, $y_{\max}=r(0)=2$, p. przeg.: $P_1(-1,3/e)$, $P_2(1,3/e)$, wykres symetryczny względem osi Oy;

d_1) $Z=\mathbf{R}-\{1,3\}$, as. pion. lew. $z=1$, $\lim\limits_{z\to1^+}l(z)=0$, as. pion. praw. $z=3$, $\lim\limits_{z\to3^-}l(z)=$ $=0$, as. poz. $y=1$, $\lim\limits_{z\to1^+}l'(z)=+\infty$, $\lim\limits_{z\to3^-}l'(z)=-\infty$, $y_{\max}=l(2)=1/e$;

e$_1$) $A=\mathbf{R}_+$, $\lim\limits_{a\to 0^+} c(a)=0$, $\lim\limits_{a\to 0^+} c'(a)=0$, $\lim\limits_{a\to +\infty} c(a)=+\infty$, $c(1)=0$, $y_{\min}=c(e^{-1/2})=$ $-1/(2e)$, p. przeg. $P(e^{-3/2}, -3/(2e^3))$;

f$_1$) $X=(-\infty, -1)\cup(1, +\infty)$, as. pion. lew. $x=-1$, as. pion. praw. $x=1$, $\lim\limits_{x\to -\infty} n(x)=$ ∞, $\lim\limits_{x\to +\infty} n(x)=+\infty$, $n(\mp\sqrt{2})=0$;

g$_1$) $X=\mathbf{R}_+$, as. pion. praw. $x=0$, as. poz. dla $x\to +\infty$: $y=0$, $s(1)=0$, $y_{\max}=s(e^2)=$ $/e$, p. przeg. $P(e^{8/3}, 8/(3e\sqrt[3]{e}))$;

h$_1$) $B=(0, 1)\cup(1, +\infty)$, $\lim\limits_{b\to 0^+} t(b)=0$, $\lim\limits_{b\to 0^+} t'(b)=0$, as. pion. obus. $b=1$, $\lim\limits_{t\to +\infty} t(b)=$ ∞, $y_{\min}=t(e)=e$, p. przeg. $P(e^2, \frac{1}{2}e^2)$;

i$_1$) $P=(-\infty, -e^{-1})\cup(0, +\infty)$, as. pion. lew. $p=-1/e$, as. pion. praw. $p=0$, as. $y=1$, $f(1/(1-e))=0$;

j$_1$) $Y=\mathbf{R}_+$, as. pion. praw. $y=0$, $\lim\limits_{y\to +\infty} w(y)=+\infty$, as. uk. dla $y\to +\infty$: $z=y-\ln 2$ $w(y))$, $w(\ln(1+\sqrt{2}))=0$;

k$_1$) $C=\mathbf{R}$, funkcja okresowa o okresie 2π, funkcja parzysta, $y_{\max}=u(\arccos\frac{1}{3}\sqrt{3})=$ $\sqrt{3}$, $y_{\max}=u(\pi)=0$, $y_{\min}=u(\arccos(-\frac{1}{3}\sqrt{3}))=-\frac{4}{9}\sqrt{3}$, $y_{\min}=u(0)=0$, p. przeg. $\frac{1}{2}\pi, 0)$, $P_2(\arcsin\frac{1}{3}\sqrt{2}, \frac{4}{27}\sqrt{7})$, $P_3(\pi-\arcsin\frac{1}{3}\sqrt{2}, -\frac{4}{27}\sqrt{7})$;

l$_1$) Dziedzina $R_1=\{r\in\mathbf{R}: r\neq k\pi-\frac{1}{4}\pi, k\in\mathbf{C}\}$, funkcja okresowa o okresie π, as. n. obus. $r=k\pi-\frac{1}{4}\pi$, $k\in\mathbf{C}$, $p(k\pi)=0$, $k\in\mathbf{C}$, $p'(r)>0$ dla $r\in R_1$, p. przeg. $P(k\pi+\frac{1}{4}\pi,$ $2)$, $k\in\mathbf{C}$;

$_1$) $X=\mathbf{R}$, funkcja okresowa o okresie 2π, funkcja parzysta, $p\left(\mp\arccos\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)=0$, $=p(0)=\frac{1}{2}$, $y_{\min}=p(\mp\pi)=-\frac{3}{2}$, $y_{\max}=p(\mp\frac{1}{3}\pi)=\frac{3}{4}$, p. przeg.

$$P_1\left(-\arccos\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \approx -0{,}44\right),\qquad P_2\left(-\arccos\frac{1+\sqrt{33}}{8}, \approx 0{,}63\right),$$

$$P_3\left(\arccos\frac{1+\sqrt{33}}{8}, \approx 0{,}63\right),\qquad P_4\left(\arccos\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \approx 0{,}44\right);$$

m$_1$) $A=\{a\in\mathbf{R}: a\neq(2k+1)\frac{1}{2}\pi, k\in\mathbf{C}\}$, as. pion. obus. $a=(2k+1)\frac{1}{2}\pi$, $k\in\mathbf{C}$, $z(0)=0$, $\mp 0{,}37\pi)=0$, $y_{\max}=z(\frac{1}{4}\pi+k\pi)=\frac{1}{2}\pi-1+2k\pi$, $k\in\mathbf{C}$, $y_{\min}=z(-\frac{1}{4}\pi-k\pi)=-(\frac{1}{2}\pi-1+$ $k\pi)$, $k\in\mathbf{C}$, p. przeg. $P(2k\pi, 4k\pi)$, $Q((2k+1)\pi, 2(2k+1)\pi)$, $k\in\mathbf{C}$, wykres symetryczny lędem początku układu;

n$_1$) $X=\mathbf{R}$, $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$, as. uk. dla $x\to -\infty$: $y=-\frac{1}{2}\pi x-1$, uk. dla $x\to +\infty$: $y=\frac{1}{2}\pi x-1$, $y_{\min}=g(0)=0$, wykres symetryczny względem osi

o$_1$) $X=\mathbf{R}$, as. poz. $y=0$, $y_{\min}=p(-1)=-\frac{1}{2}\pi$ (ostrze), $y_{\max}=p(1)=\frac{1}{2}\pi$ (ostrze), p eg. $O(0, 0)$, wykres symetryczny względem początku układu;

p$_1$) $T=\mathbf{R}$, as. poz. $y=\pi$, $y_{\min}=A(0)=0$ (ostrze), wykres symetryczny względem os

r$_1$) $T=\langle -a, a\rangle$, $z(-a)=-\frac{1}{2}\pi a$, $z(a)=\frac{1}{2}\pi a$, $z(0)=-a$, $z'(t)>0$ dla $|t|<a$, $z''(t)>($ $|t|<a$, $\lim\limits_{t\to -a^+} z'(t)=0$, $\lim\limits_{t\to a^-} z'(t)=+\infty$;