

1. W zbiorze  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  określone jest działanie " $\star$ " następująco

$$(a, b) \star (c, d) = (ad + b, bc).$$

Sprawdzić, czy działanie " $\star$ " jest działaniem łącznym.

2. Sprawdzić, czy zbiór  $\mathbb{Z}$  z działaniem " $\circ$ " określonym następująco

$$x \circ y = x + y + 4$$

jest grupą przemienną.

3. W zbiorze  $\mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R}$  określone jest działanie " $\bullet$ " następująco

$$(a, b) \bullet (c, d) = (ac, ad + b).$$

Sprawdzić, czy zbiór  $\mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R}$  z działaniem " $\bullet$ " jest grupą przemienną.

4. Sprawdzić, czy zbiór

$$M = \left\{ A \in M(2, 2) : A = \begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix}, \quad x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}$$

z działaniem mnożenia macierzy jest grupą.

5. Sprawdzić, czy zbiór

$$A = \{x + y\sqrt{2} : x, y \in \mathbb{Q}\}$$

jest grupą z mnożeniem.

6. Sprawdzić, czy zbiór

$$B = \{x + y\sqrt{5} : x, y \in \mathbb{Q}\}$$

z dodawaniem i mnożeniem jest pierścieniem.

7. Sprawdzić, czy zbiór

$$N = \left\{ A \in M(2, 2) : A = \begin{bmatrix} x & y \\ 3y & x \end{bmatrix}, \quad x, y \in \mathbb{Z} \right\}$$

z dodawaniem i mnożeniem macierzy jest pierścieniem.

8. W zbiorze  $\mathbb{Z}_8$  wskazać wszystkie elementy dla których nie istnieje element odwrotny względem mnożenia modulo 8.

9. Jednym z elementów zbioru  $\mathbb{C}_{24}$  jest  $z_1 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} + i \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ . Wskazać element odwrotny do elementu  $z_1$  względem mnożenia.