

1. Podane liczby zespolone zapisać w postaci algebraicznej:

- a) $\frac{1-5i}{2+3i}$ (odp. $-1-i$)
 b) $\frac{(1-i)^2-i}{(1+i)^2+i}$ (odp. -1)
 c) $\frac{(\sqrt{3}+i)(-1+i\sqrt{3})}{(1+i)^2}$ (odp. $1+i\sqrt{3}$)
 d) $\frac{(1+i\sqrt{3})^2(1-i)^3}{\sqrt{3}+i}i^3$ (odp. $-4-4i$)
 e) $\frac{(1+i\sqrt{3})(-1-i\sqrt{3})}{1-i}$ (odp. $1+\sqrt{3}+(1-\sqrt{3})i$).

2. Znaleźć liczby rzeczywiste x i y spełniające równania:

- a) $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$ (odp. $\left(-\frac{4}{11}, \frac{5}{11}\right)$)
 b) $(2-i)x + (1+2i)y = 10i$ (odp. $(-2, 4)$)
 c) $x(2+3i) + y(4-5i) = 6-2i$ (odp. $(1, 1)$).

3. Niech $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Uzasadnić równości:

- a) $Re(z_1+z_2) = Re(z_1) + Re(z_2)$ e) $\bar{\bar{z}} = z$
 b) $Im(iz) = Rez$ f) $\overline{z_1+z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
 c) $|\bar{z}| = |z| = |-z|$ g) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
 d) $|z|^2 = |z\bar{z}|$ h) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$.

4. Obliczyć (wynik podać w postaci algebraicznej):

- a) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{12}$ (odp. 1) f) $\frac{(1+i\sqrt{3})^8}{(1-i)^6}$ (odp. $2^4(\sqrt{3}+i)$)
 b) $\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$ (odp. 2) g) $\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}\right)^{25}$ (odp. -1)
 c) $(\sqrt{3}-i)^{32}$ (odp. $-2^{31}(1-i\sqrt{3})$) h) $\frac{(2i-2)^5}{(i-1)^3} + 2i - 5$ (odp. $-5-62i$)
 d) $\left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}\right)^7$ (odp. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$) i) $\sqrt[3]{8i}$ (odp. $-2i, \sqrt{3}+i, -\sqrt{3}+i$)
 e) $(1+i\sqrt{3})^{150}$ (odp. 2^{150}) j) $\sqrt[4]{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$.