

1. Które z iloczynów A^2B , AB^2 , BA^2 , B^2A istnieją? Obliczyć te, które istnieją, jeżeli

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

2. Dla danych macierzy A, B, C sprawdzić, czy istnieje ich iloczyn ABC . Jeśli tak, to znaleźć tę macierz. Następnie sprawdzić istnienie iloczynu BAC i w przypadku istnienia znaleźć go.

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & -2 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. Rozwiązać równanie i nierówność:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3-x & 3 \\ 1 & 2 & 5+x \end{vmatrix} = 0, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} < 0.$$

4. Obliczyć wyznaczniki:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix} (48), \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & -3 & 4 & 7 \\ 3 & 1 & 13 & 19 \end{vmatrix} (0).$$

5. Znaleźć macierze odwrotne do danych macierzy:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

6. Znaleźć iloczyn macierzy $A^{-1}B$, gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$