1. Które z iloczynów ABA, $B^{-1}A^TA$, B^2A^{-1}, AA^TB^{-1}, $B^{-1}AB^T$ istnieją? Obliczyć te, które istnieją, jeżeli

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. Które z iloczynów ABA, BA^TA, B^2A, AA^TB, BAB^T istnieją? Obliczyć te, które istnieją, jeżeli

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

3. Rozwiązać nierówność:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & x & 2 \\ 3 & 3 & x & -1 & 0 \\ x & x & x & x^2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} < 0.$$

4. Obliczyć wyznaczniki:

$$\text{a)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} (3), \quad \text{b)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} (-2).$$

5. Rozwiązać równania macierzowe:

$$\text{a)} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 5 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \text{b)} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$