

1. Rozwiązać równania różniczkowe o rozdzielonych zmiennych:

1)  $e^{-\frac{1}{x}}y^3 + x^2y^2y' = 0$  (odp.  $e^{-\frac{1}{x}} + \ln y = C$ )

2)  $y' = \frac{\operatorname{ctg} y}{x}$  (odp.  $\cos y = \frac{C}{x}$ )

3)  $y + xy' = 2 + x^2y'$  (odp.  $y = \frac{C(x+1)}{x} + 2$ )

4)  $\frac{y'}{\cos x} = y \ln y$  (odp.  $\ln y = Ce^{\sin x}$ )

5)  $y' = e^{-y+x+1}$ ,  $y(0) = -1$  (odp.  $y = -x + 1$ )

6)  $y' = y^2(1+x^2)$ ,  $y(0) = -2$  (odp.  $y = \frac{-1}{x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}}$ )

7)  $e^y y' = 1 + e^y$ ,  $y(0) = 0$  (odp.  $y = \ln(2e^x - 1)$ ).

2. Rozwiązać następujące równania różniczkowe liniowe:

1)  $y' + y = x$  (odp.  $y = -xe^{-2x} - e^{-2x} + Ce^{-x}$ )

2)  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{\cos x}{x^2}$  (odp.  $y = \frac{C + \sin x}{x^2}$ )

3)  $y' + y\left(1 + \frac{1}{x}\right) = -x$  (odp.  $y = Cxe^{-x} - x$ )

4)  $y' + \frac{xy}{1+x^2} = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}}$  (odp.  $y = \frac{C - \cos x}{\sqrt{1+x^2}}$ )

5)  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$  (odp.  $y = e^{-x^2}\left(\frac{1}{2}x^2 + C\right)$ )

6)  $y' - 2y = e^x - x$ ,  $y(0) = \frac{1}{4}$  (odp.  $y = e^{2x} - e^x + \frac{2x+1}{4}$ ).

3. Rozwiązać następujące równania różniczkowe Bernoulliego:

1)  $y' + 2xy = 2x^3y^3$  (odp.  $\frac{1}{y^2} = x^2 + \frac{1}{2} + Ce^{2x^2}$ )

2)  $xy' - y = y^2$  (odp.  $y = \frac{x}{1+Cx}$ )

3)  $xy' + y = xy^2 \ln x$  (odp.  $\frac{1}{y} = x\left(C - \frac{1}{2}\ln^2 x\right)$ )

4)  $(1+x^2)y' - xy = xy^2$  (odp.  $\frac{1}{y} = 1 + \frac{C}{\sqrt{1+x^2}}$ ).