1. Korzystając z reguły de l'Hospitale'a obliczyć następujące granice:

1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2\cos x}{\cos x - 1} = (-2)$

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1+\sin x - \cos x}{\sin 2x - \sin x} = (1)$

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = (2)$

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x} = \left(\dfrac{3}{2}\right)$

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln x}{x^2} = (0)$

6) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{\ln x}\right) = \left(\dfrac{1}{2}\right)$

7) $\lim\limits_{x\to 0^+} \operatorname{tg} x \cdot \ln x = (0)$

8) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right) = \left(\dfrac{1}{2}\right)$

9) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x^2}\right)^x = (1)$

10) $\lim\limits_{x\to 0}(1 - e^{2x})\mathrm{ctg}x = (-2)$

11) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x^2}\right) = \left(\dfrac{1}{6}\right)$

12) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x} = (1).$

2. Wyznaczyć asymptoty pionowe i poziome następujących funkcji:

$$a)\quad f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-4} \quad (x=2, \quad x=-2)$$

$$b)\quad f(x) = \frac{x^2}{(x+3)^2} \quad (x=-3, \quad y=1)$$

$$c)\quad f(x) = x \cdot \mathrm{arctg}x.$$

3. Znaleźć ekstrema funkcji :

a) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x - 12 \quad (x = 4$ -min., $\quad x = -1$ -max.)

b) $f(x) = e^{x^2} \quad (x = 0$ -min.)

c) $f(x) = x \cdot \sqrt{4 - x^2} \quad (x = -\sqrt{2}$ -min., $\quad x = \sqrt{2}$ -max.)

d) $f(x) = x \cdot (3 - x)^2 \quad (x = 3$ -min., $\quad x = 1$ -max.).

4. Wyznaczyć przedziały wklęsłości i wypukłości oraz punkty przegięcia wykresu funkcji:

a) $f(x) = x^3 - 3x - 2$

$(x = 0 - p.p., \quad (-\infty, 0)$ -prz.wkl., $\quad (0, +\infty)$ -prz.wypuk.)

b) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

$(x = 0, x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3} - p.p., (-\infty, -\sqrt{3}), (0, \sqrt{3})$ -prz.wkl.)

c) $f(x) = x \cdot e^{-3x}$

$(x = \dfrac{2}{3} - p.p., \quad \left(\dfrac{2}{3}, \infty\right)$ -prz.wkl., $\quad \left(-\infty, \dfrac{2}{3}\right)$ -prz.wypuk.).